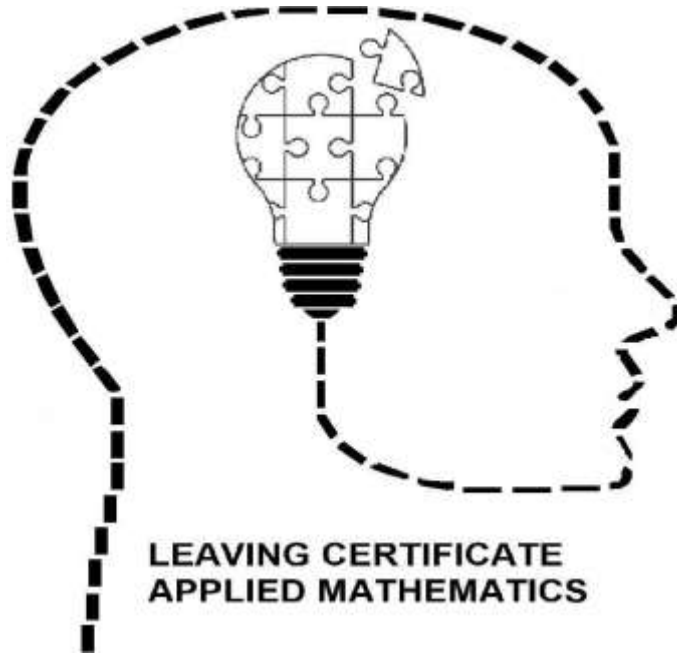




Oide

Tacú leis an bhFoghlaim
Ghairmiúil i measc Ceannairí
Scoile agus Múinteoirí

Supporting the Professional
Learning of School Leaders
and Teachers



Matamaitic Fheidhmeach

Leabhrán Foghlama

Gairmiúla 2023-2024



Oide

Tacú leis an bhFoghlaim
Ghairmiúil i measc Ceannairí
Scoile agus Múinteoirí

Supporting the Professional
Learning of School Leaders
and Teachers



© Oide 2023

Cuirtear an obair seo ar fáil faoi théarmaí Cheadúnas Aitreabúideachta Comhroinnte 3.0 Creative Commons <http://creativecommons.org/licences/by-sa/3.0/ie/>. Féadfaidh tú an t-ábhar seo a úsáid agus a athúsáid (ní áirítear íomhánna agus lógónna) saor in aisce in aon fhormaid nó meán is mian leat, faoi théarmaí Cheadúnas Aitreabúideachta-Comhroinnte Creative Commons. Luaigh mar: Leabhrán Sheimineár Náisiúnta 9 ar an Matamaitic Fheidhmeach, Oide, 2023

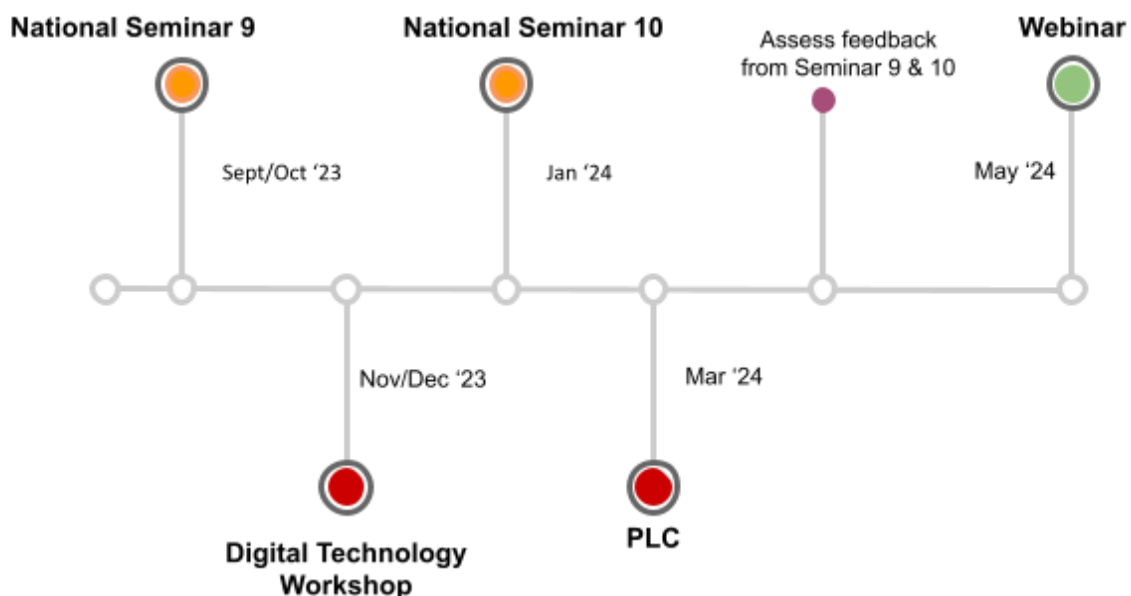


Réamhrá

Sceideal

09:30 11:00	-	Athbhreithniú ar an turas go dtí seo agus tacú le scoláirí leis an tionscadal samhaltaithe
11:00 11:15	-	Tae agus Caife
11:15 13:00	-	Samhaltú leis an Ríomhchlárú Dinimiciúil Ilchéime
13:00 14:00	-	Lón
14:00 15:30	-	Iníúchadh ar Dhifearchothromóidí

Forléargas ar an bhForbairt Ghairmiúil



Príomhtheachtaireachtaí

1. Tá cur chuige neamhlíneach, agus oideolaíocht shaibhir taobh thiar de, ag croílár na sonraíochta. Is cur chuige é seo lena gcuirtear chun cinn próiseas trína gcruthaítear naisc idir torthaí foghlama éagsúla sa Mhatamaitic Fheidhmeach.
2. Is snáithe aontaitheach é snáithe 1 den tsonraíocht ina leagtar béim ar a thábhachtaí atá sé an samhaltú a úsáid i gcás na dtorthaí foghlama uile.
3. Is é is bunús le cúrsa na Matamaitice Feidhmí ná fadhbanna réalaíocha a úsáid mar chomhthéacs chun foghlaim faoin Matamaitic a chur i bhfeidhm chun réitigh ar fhadhbanna fíorshaoil a dhearadh agus chun scileanna fadhbhuascailte a fhorbairt ab fhéidir a chur i bhfeidhm in éagsúlacht de dhisciplíní.

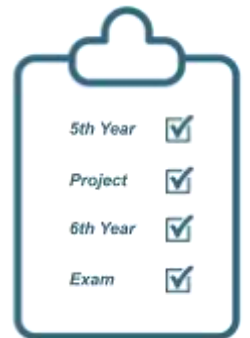
Seisiún 1

Plé – Machnamh

Anois agus deireadh tagtha leis an gcéad timthriall dhá bhliain de theagasc na sonraíochta,

Cad iad na príomhthátail a bhain tú as?

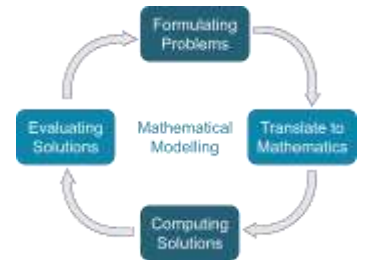
Cad é an rud is mó atá foghlamtha agat mar mhúinteoir?



Ullmhúchán i gcomhair an Tionscadail Samhaltaithe

Tar éis duit tacú le scoláirí chun an chéad tionscadal samhaltaithe in 23/24 a chur i gcrích,

Cad iad na trí phíosa eolais a thabharfá do mhúinteoir a bheidh ag tabhairt faoi den chéad uair i mbliana?



Tacú le Scoláirí leis an Tionscadal

Cén chaoi is fearr a bhféadfadh múinteoirí tacú le scoláirí, roimh...

le

linn...tar

éis...

an tionscadail samhaltaithe?

Fadhb Shamhaltaithe

Comhlánaigh fadhb shamhaltaithe mhatamaiticiúil bunaithe ar an gcomhthéacs seo a leanas:

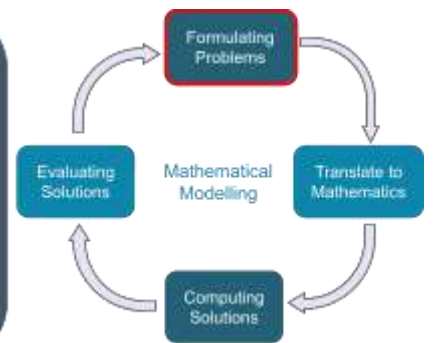
Beidh Craobhchomórtas Sacair na hEorpa 2024 á reáchtáil in ionaid éagsúla ar fud na Gearmáine i mí an Mheithimh/lúil. Ar cheann de na príomhghnéithe den ullmhúchán a dhéanann foirne lena aghaidh seo, tá an phleanáil agus an lóistíocht a bhaineann le cúrsaí taistil, lóistín agus stoc a cheannach agus a leithdháileadh ar an bhfoireann agus cúrsa taistil na foirne a sceidealú.



Roghnaigh gné amháin nó níos mó den phleanáil lóistíochta agus úsáid Timthriall an tSamhaltaithe leis an bhfadhb/na fadhbanna a shamhaltú.

An Fhadhb a Cheapadh

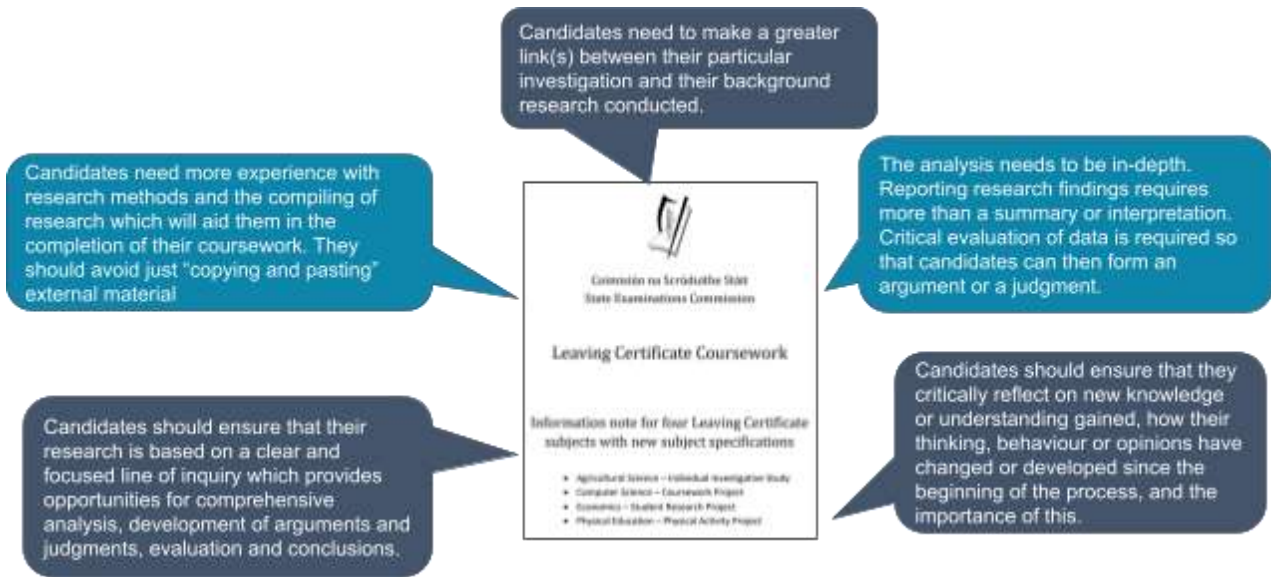
What is your problem statement and what research must you do?
What variables (factors) are relevant to the problem?
Can you simplify the problem into smaller manageable parts?
Consider if there are limitations to your model due to your chosen assumptions?
Can you predict what the output of your model will achieve?



Cén ráiteas faidhbe a d'fhéadfadh na scoláirí a úsáid chun tús a chur lena bhfiosrú? Cén taighde agus foshuíomhanna a bheadh ag teastáil do na scoláirí?



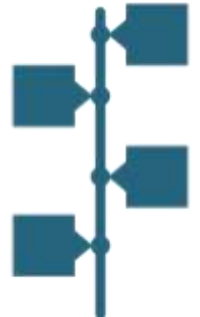
Comhairle ó Oibreacha Cúrsa Eile



Amchlár Tionscadail Iomchuí a Phleanáil

Conas a dhéanfaidh tú am ranga a leithdháileadh ó eisiúint an tionscadail go dtí a chur isteach?

I ngrúpaí, déan plé ar amlíne iomchuí le haghaidh rannpháirteachas scoláirí leis an tionscadal agus mar a thacóidh múinteoirí leo ar feadh an amfhráma seo.



Machnamh

Cad é an príomhthátal a bhain tú as an seisiún seo?

Conas a d'fhéadfá smaointe ón seisiún seo a chur i bhfeidhm i do chuid teagaisc?

Cad iad na chéad chéimeanna eile chun scileanna samhaltaithe scoláirí a fheabhsú i do sheomra ranga?



Seisiún 2

Ríomhchlárú Dinimiciúil le Fadhbanna Barántúla Ilchéime



Snáithe 2 Tacaíocht

Seimineár 1: Réamhrá le Líonraí agus an Ghraiftheoiric, Algartaim agus a n-úsáidí

Seimineár 2: Algartam Dijkstra a fhorbairt tríd an Samhaltú

Seimineár 4: Sceidealú Tionscadail

Seimineár 5: Prionsabal Optamachta Bellman agus an Ríomhchlárú Dinimiciúil

Seimineár 8: Iniúchadh a dhéanamh ar Sceidealú Tionscadal le Léaráidí Sceidealaithe Tionscadail

Gach sleamhnán agus acmhainn ábhartha ar fáil ar:

<https://pdst.ie/post-primary/sc/appliedmaths/cpd-resources>

Algartaim Shnáithe 2

Crann Réisithe Íosualaigh



Algartam Prim

Cuirtear tús leis ó rinn amháin agus cuirtear faobhair leis, ceann i ndiaidh a chéile

Is iondúil go mbíonn sé níos tapa le haghaidh graif dhlútha

Algartam Kruskal

Cuirtear na faobhair in ord de réir meáchain agus cuirtear leis an gcrann iad mura gcruthaíonn siad timthriall

Oibríonn go maith le graif ghanna, ní theastaíonn rinn thosaigh uaidh

Optamú



Algartam Dijkstra

Aimsíonn sé an bealach is giorra idir an bhunrinn agus na reanna eile ar fad.

Bristear síos é trí úsáid a bhaint as meáchain faobhair dhiúltacha

Ríomhchlárú Dinimiciúil

Briseann fadhb síos ina fo-fhadhbanna níos lú.

Déantar na réitigh ar fo-fhadhbanna a stóráil agus ansin cruthaítear an réiteach ar an bhfadhb iomlán ó na réitigh ar na fo-fhadhbanna.

Ríomhchlárú Dinimiciúil

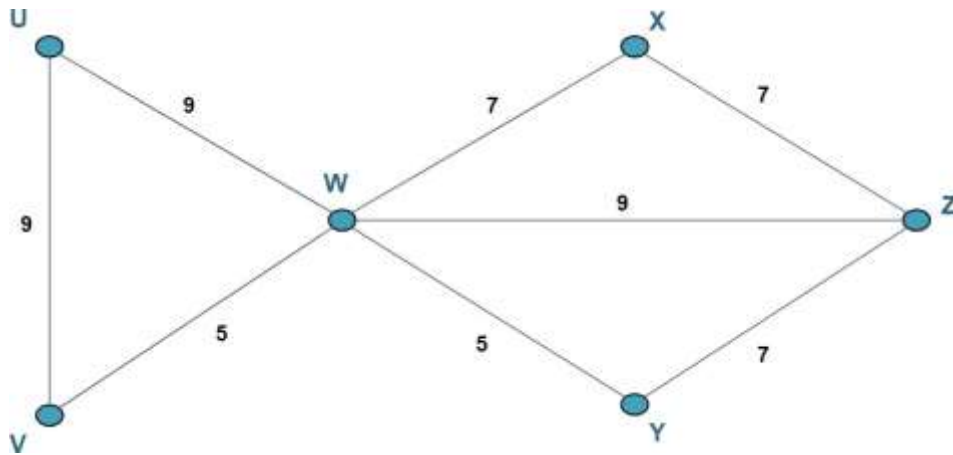
- Níl an Ríomhchlárú Dinimiciúil santach
- Baineann sé úsáid as athchúrsáil shiarghabhálach chun dearcadh a fháil ar an bhfadhb iomlán.
- Tá sé in ann déileáil le fadhbanna a bhaineann le huasmhéid agus íosmhéid go héasca chomh maith le meáchain faobhair dhiúltacha.
- Is féidir é a chur i bhfeidhm go héasca sna fadhbanna a thugtar i bhfoirm tábla.

Na príomh-mhíbhuntáistí: teastaíonn líonra céimeanna uaidh agus, de bharr go stóráilann sé fo-fhadhbanna, is airde an costas ama agus spáis a theastaíonn chun é chur i bhfeidhm.

Algartaim Shnáithe 2

Athbhreithniú ar **Algartaim Prim** agus **Kruskal**

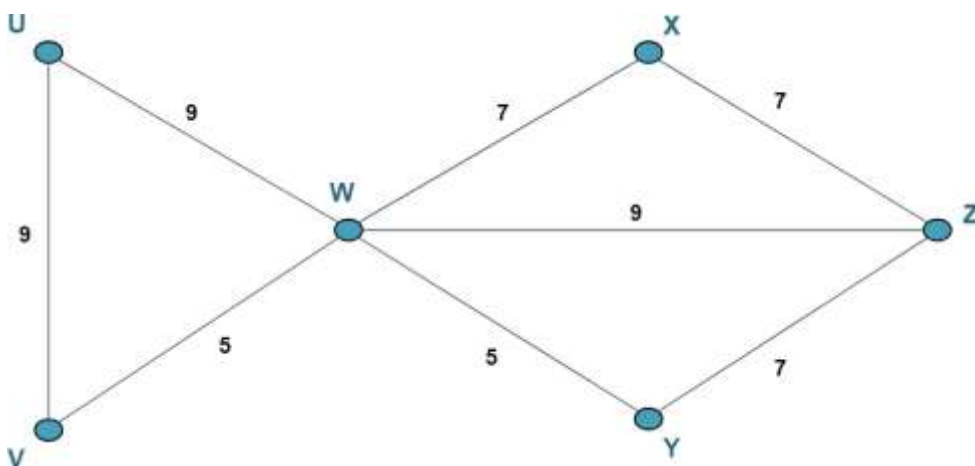
Úsáid Algartaim Prim agus ansin Algartaim Kruskal chun crann réisithe íosualaigh a aimsiú don líonra thíos. Tá 4 réiteach fhéideartha ann.



Algartaim Shnáithe 2

Athbhreithniú ar Algartaim **Dijkstra**

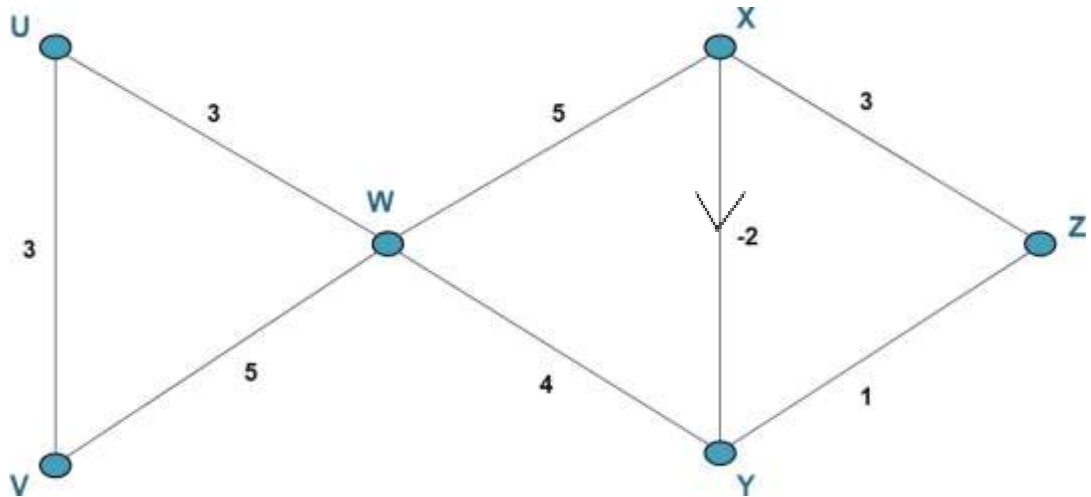
Cuir Algartaim Dijkstra i bhfeidhm chun an bealach is giorra ó U go dtí Z a aimsiú.



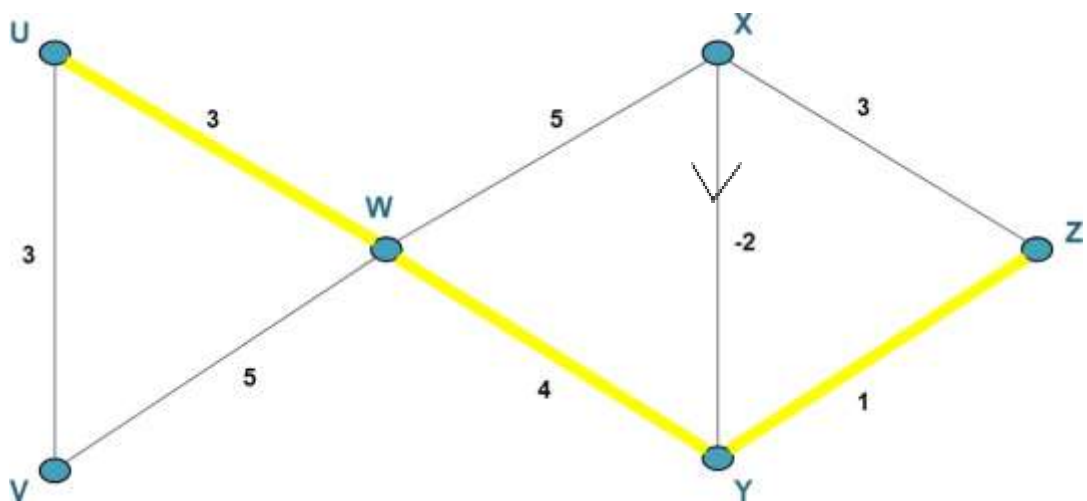
Algartaim Shnáithe 2

Athbhreithniú ar Algartam Dijkstra

Cuir Algartam Dijkstra i bhfeidhm chun an bealach is giorra ó U go dtí Z a aimsiú sa líonra seo. An dtáirgeann sé réiteach atá ceart?



Nuair a chuirtear i bhfeidhm Algartam Dijkstra, táirgeann sé an bealach is giorra de UWYZ ag a bhfuil meáchan iomlán de 8. An bhfuil sé seo ceart? An bhfuil bealach níos giorra ann?



Algartaim Shnáithe 2

An Ríomhchlárú Dinimiciúil a chur i bhfeidhm

Dynamic Programming is based on Bellman's Principle of Optimality

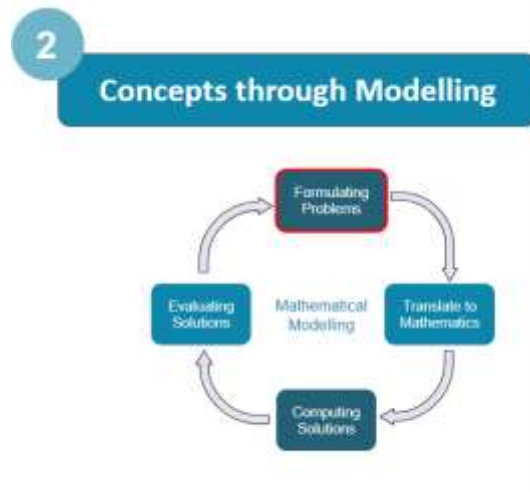
Any part of the shortest/longest path between the source and sink nodes is itself a shortest/longest path

Or: 'any part of the optimal path is itself optimal'

Fadhb Fíorshaoil a Léirmhíniú

I roinnt mhaith suíomhanna fíorshaoil, is ceist thábhachtach é an bainistiú stoic.

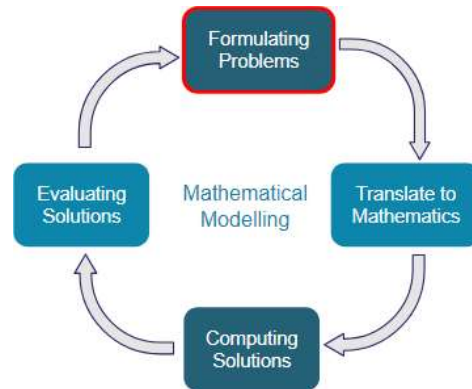
Roghnaigh fadhb fíorshaoil a bhaineann le dáileachán nó bainistiú stoic agus úsáid *Timthriall an tSamhaltaithe* chun an fhadhb/na fadhbanna atá roghnaithe agat a shamhaltú.



Fadhb Fíorshaoil a Léirmhíniú

Fadhbanna a cheapadh

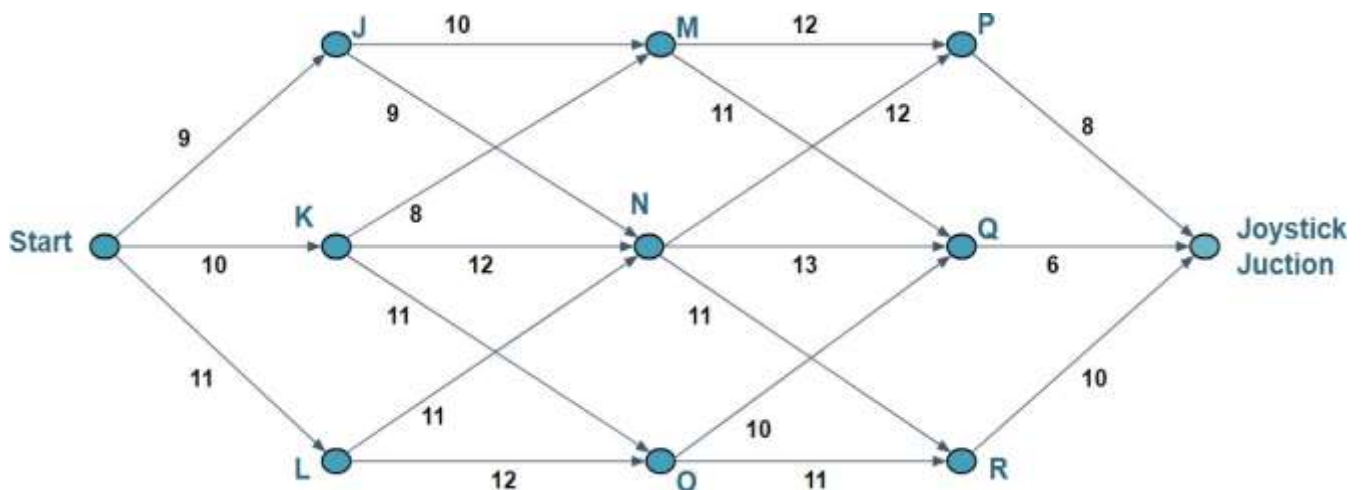
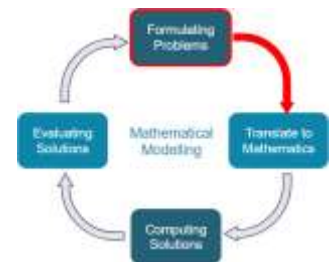
Ráiteas Faidhbe: Tá an stoc deiridh de chonsól cluichíochta nua ag an Ríomhshiopa. Cad é an bealach is fearr chun dul chuig an Ríomhshiopa ar an taobh eile den chathair?



Timthriall an tSamhaltaithe

Fadhbanna a aistriú go Matamaitic

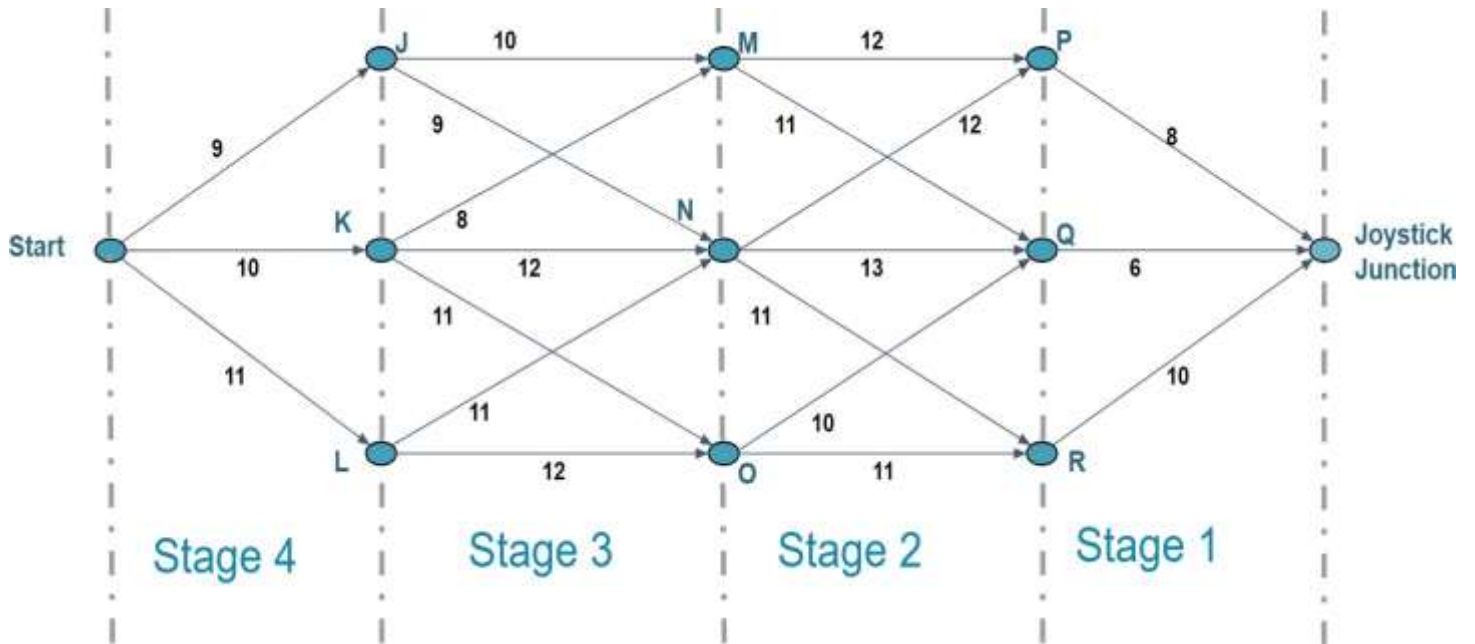
Is féidir an chathair a léiriú le líonra simplithe mar atá léirithe thíos agus is féidir prionsabal Bellman a chur i bhfeidhm go díreach ar an líonra.



Timthriall an tSamhaltaithe

Réitigh a ríomh

Is féidir fadhb an bhealaigh is giorra a réiteach freisin ach modh tábla analógach a úsáid. Is é an chéad rud atá le déanamh ná na céimeanna a shainaithint, ag dul siar ón gceann scríbe, mar atá léirithe thíos.



Timthriall an tSamhaltaithe

Réitigh a ríomh

Úsáid modh tábla chun an bealach is giorra chuig an Ríomhshiopa a aimsiú

Stage	State	Action	Value
1	P	JJ	$0+8 = 8^*$
	Q	JJ	$0+6 = 6^*$
	R	JJ	$0+10 = 10^*$
2	M	P	$12 + 8 = 20$
		Q	$11+6 = 17^*$
	N	P	
		Q	
		R	
	O	Q	
R			
3	J	M	
		N	
	K	M	
		N	
		O	
	L	N	
O			
4	Start	J	
		K	
		L	



Timthriall an tSamhaltaithe

Réitigh a mheasúnú



Léirmhínigh do réiteach/réitigh mhatamaiticiúla i gcomhthéacs na faidhbe atá á samhaltú agat.

Cé chomh cruinn agus chomh iontaofa agus atá do réiteach bunaithe ar d'fhoshuíomhanna níos luaithe?

Conas a d'fhéadfá d'fhoshuíomhanna a bheachtú chun do réiteach a fheabhsú agus conas a d'athródh sé seo do réiteach?

Fadhb Fíorshaoil a Léirmhíniú

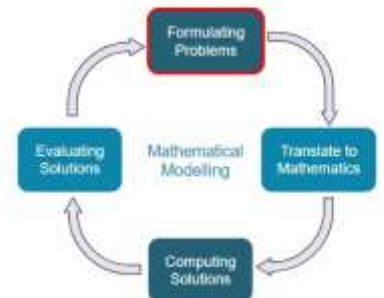
Fadhbanna a cheapadh

I roinnt mhaith suíomhanna fíorshaoil, is ceist thábhachtach é an bainistiú stoic.

Roghnaigh fadhb fíorshaoil a bhaineann le dáileachán nó bainistiú stoic agus úsáid *Timthriall an tSamhaltaithe* chun an fhadhb/na fadhbanna atá roghnaithe agat a shamhaltú.

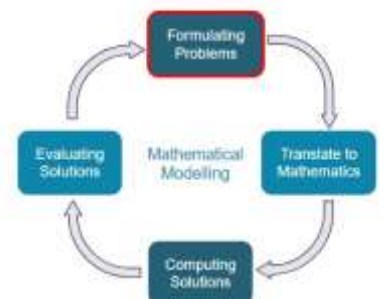
2

Concepts through Modelling



2

Concepts through Modelling



Ráiteas Faidhbe: Conas ba cheart dom stoc a leithdháileadh ar roinnt miondíoltóirí chun uasmhéadú a dhéanamh ar bhrabús?

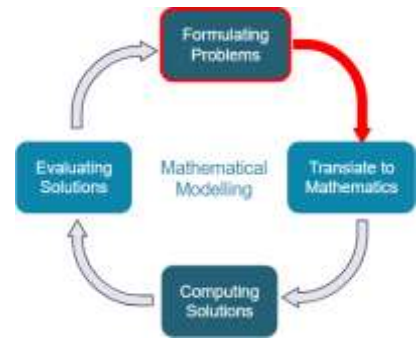


Timthriall an tSamhaltaithe

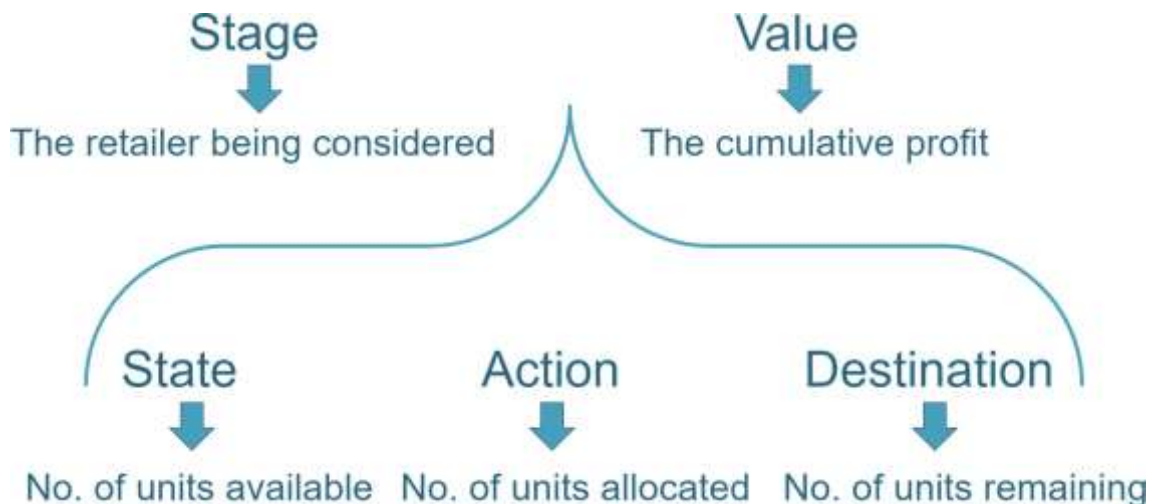
Fadhbanna a cheapadh

Caithfidh déantóir cluichí 500 consól cluichíochta a dháileadh gach mí agus féadann iad seo a leithdháileadh ina n-íolraí de 100 ar thrí mhiondíoltóir éagsúla. Tá an táille/brabús dáileora, in €100ta, as an líon aonad a leithdháiltear ar gach miondíoltóir le feiceáil sa tábla.

Retailers	Number of consoles allocated (x100)				
	1	2	3	4	5
Joystick Junction	11	25	30	32	33
Button Bashers	15	16	17	18	19
Gamers Grotto	7	14	21	28	35



Ba mhaith leis an díoltóir a fháil amach cá mhéad consól ba cheart a leithdháileadh ar gach miondíoltóir chun uasmhéadú a dhéanamh ar a ioncam míosúil.



Úsáid an tábla chun an bealach ab fhearr leis an 500 consól a leithdháileadh chun uasmhéadú a dhéanamh tháillí/brabús an dáileora.

Stage	State (Units Available)	Action (Units Allocated)	Destination (Units Remaining)	Value (Cumulative Profit)
Gamers Grotto	0	0	0	0*
	1	1	0	7*
	2	2	0	14*
	3	3	0	21*
	4	4	0	28*
	5	5	0	35*
Button Bashers	0	0	0	$0 + 0 = 0^*$
	1	1	0	$15 + 0 = 15^*$
		0	1	$0 + 7 = 7$
	2	2	0	$18 + 0 = 18$
		1	1	$15 + 7 = 22^*$
		0	2	$0 + 14 = 14$
	3	3	0	
		2	1	
		1	2	
		0	3	
	4	4	0	
		3	1	
		2	2	
		1	3	
		0	4	
	5	5	0	
		4	1	
		3	2	
2		3		
1		4		
0		5		
Joystick Junction	5	5	0	
		4	1	
		3	2	
		2	3	
		1	4	
		0	5	



Timthriall an tSamhaltaithe

Réitigh a mheasúnú

Léirmhíneadh do réiteach/réitigh mhatamaiticiúla i gcomhthéacs na faidhbe atá á samhaltú agat.

Cé chomh cruinn agus chomh iontaofa agus atá do réiteach bunaithe ar d'fhoshuíomhanna níos luaithe?

Conas a d'fhéadfá d'fhoshuíomhanna a bheachtú chun do réiteach a fheabhsú agus conas a d'athródh sé seo do réiteach?

Machnamh

Cad é an príomhtháta a bhain tú as an seisiún seo?

Cad iad na nithe ar gá dúinn breithniú orthu chun an fhoghlaim seo a ghlacadh ar ais chuig an seomra ranga?



Seisiún 3

Iniúchadh ar Dhifearchothromóidí

Réamheolas

Difearchothromóidí

Is é is coibhneas athchúrsach ann ná cothromóid a shainmhíníonn seicheamh inar feidhm é an chéad téarma eile den téarma nó de na téarmaí roimhe.	4, 7, 12, 19, 28, 39,
	0, 1, 3, 14, 57, 227, 966,
	0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21
Is minic a bhaineann an coibhneas matamaiticiúil seo leis na difríochtaí idir luachanna comhleantacha d'fheidhm d'athróg scoite – agus is uaidh seo a thagann an t-ainm <i>Difearchothromóidí</i> .	1, 2, 2, 4, 8, 32, 256,

Réamheolas

Smaoinigh siar - Fadhb focal ó Sheimineár Náisiúnta 3

De réir an fhinscéil, bhí Rí Shirham na hIndia ag iarraidh duais a thabhairt dá sheirbhíseach as ucht an cluiche fichille a chumadh agus a chur i láthair dó. Bhí an chosúlacht ar an scéal nach raibh a sheirbhíseach ag iarraidh mórán a fháil: “Tabhair dom grán cruithneachta le cur ar an gcéad chearnóg den chlár fichille seo, agus dhá ghrán ar an dara ceann, agus ceithre cinn ar an tríú ceann, agus ocht gcinn ar an ceathrú ceann agus dá réir sin, ag dúbailt na cruithneachta tar éis gach cearnóige, tabhair dom dóthain grán chun na 64 cearnóg a chlúdach.”

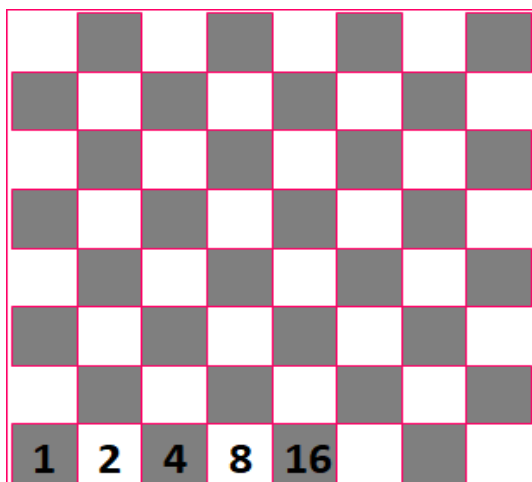
“Níl mórán á iarraidh agat. Gheobhaidh tú toradh do ghuí” a dúirt an Rí os ard.

Bunaithe ar shliocht ó “One, Two, Three...Infinity”, Dover Publications



Réamheolas

Matamaitic an Teastais Shóisearaigh



$$\begin{array}{ll}
 T_1 = 1 & T_1 = 1 = 2^0 \\
 T_2 = 2 & T_2 = 2 = 2^1 \\
 T_3 = 4 & T_3 = 4 = 2^2 \\
 T_4 = 8 & T_4 = 8 = 2^3 \\
 T_5 = 16 & T_5 = 16 = 2^4
 \end{array}$$

$$S_{64} = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{63}$$

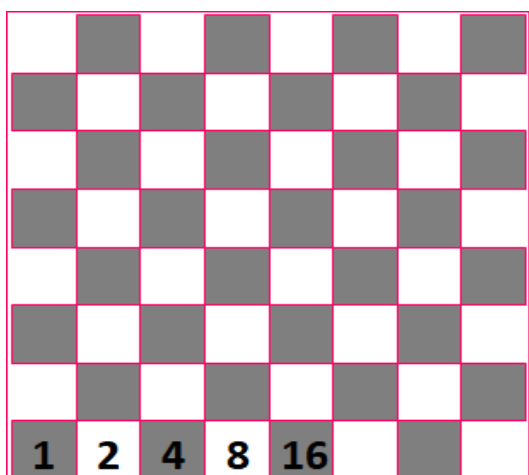
$$\begin{array}{l}
 2 \times S_{64} = \cancel{2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{63}} + 2^{64} \\
 - S_{64} = -(\cancel{2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{63}})
 \end{array}$$

$$= 2^{64} - 2^0 = 2^{64} - 1$$

$$S_{64} = 2^{64} - 1$$

Réamheolas

Matamaitic na hArdteistiméireachta



$$\begin{array}{ll}
 T_1 = 1 & T_1 = 1 = 2^0 \\
 T_2 = 2 & T_2 = 2 = 2^1 \\
 T_3 = 4 & T_3 = 4 = 2^2 \\
 T_4 = 8 & T_4 = 8 = 2^3 \\
 T_5 = 16 & T_5 = 16 = 2^4
 \end{array}$$

$$\text{Recurrence relation } T_n = 2^{n-1} \quad n \in \mathbb{N}, n > 1$$

$$S_{64} = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{63}$$

This a geometric series

The first term $a = 1$, the ratio $r = 2$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \Rightarrow S_{64} = \frac{1(2^{64} - 1)}{(2 - 1)} \quad S_{64} = (2^{64} - 1)$$



Cad a Shocraíonn Ord Cothromóide?

Smaoinigh ar an seicheamh uimhreacha: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

Recurrence relation $U_{n+1} = U_n + U_{n-1}$
 $n > 1, n \in \mathbb{N}$

Ord = an difríocht idir na hatriallta

= $(n+1) - (n-1)$

=> **Ord = 2**

Deir muid go bhfuil an chothromóid seo **aonchineálach** mar gurb iad na téarmaí a thagann roimhe amháin a shocraíonn gach téarma.

Oibrigh amach ord

Difference Equation	Order of the Equation	Homogeneous or InHomogeneous
$5U_{n+1} + 6U_n = 0$	1	Homogeneous
$3U_{n+2} + U_{n+1} - 2U_n = 0$	2	Homogeneous
$U_{n+2} - 9U_n = 0$	2	Homogeneous
$U_{n+3} - 5U_{n+1} + 6 = 0$	2	InHomogeneous



na Sainchothromóide seo a leanas

Cabhraíonn Sainchothromóid linn slonn a dhéanamh amach d'**aon téarma** pé acu a bheadh na téarmaí a tháinig roimhe ar eolas againn nó nach mbeadh.

Smaoinigh ar an difearchothromóid den 2^ú hord $U_{n+2} - 5U_{n+1} + 6U_n = 0$ Feicimid gurb iad comhéifeachtaí gach téarma $1U_{n+2} - 5U_{n+1} + 6U_n = 0$

Difference Equation	Homogeneous or Inhomogeneous	Characteristic Equation	Roots of Equation
$U_{n+2} - 5U_{n+1} + 6U_n = 0$	Homogeneous	$1X^2 - 5X + 6 = 0$	$X=2, X=3$

Obair Ghrúpa

I ngrúpaí, machnamh a dhéanamh ar na difearchothromóidí aonchineálacha den 2^ú hOrd agus an tsainchothromóid mar aon le fréamhacha na gothromóidí sin a oibriú amach.

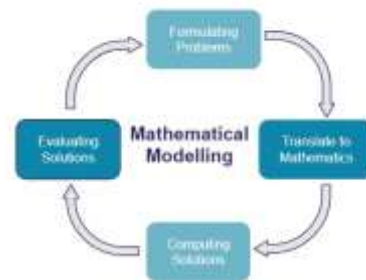
$5U_{n+2} - 6U_n = 0$
$3U_{n+2} + U_{n+1} - 2U_n = 0$
$U_{n+2} - 6U_{n+1} + 9U_n = 0$



Treoir don Samhaltú Matamaiticiúil

I roinnt mhaith suíomhanna fíorshaoil, is ceist thábhachtach é an bainistiú stoic.

Roghnaigh fadhb fíorshaoil a bhaineann le dáileachán nó bainistiú stoic agus úsáid *Timthriall an tSamhaltaithe* chun an fadhb/na fadhbanna atá roghnaithe agat a shamhaltú.



Fadhb Samhaltaithe Mhatamaiticiúil

Ráiteas Faidhbe:

Líon na mbreac sa tSláine a fháil amach sna blianta beaga atá romhainn, tar éis roinnt breac a thabhairt isteach san abhainn roimh shéasúr bliantúil an ghoir.



Fiosrúchán faoi stiúir an scoláire

I ngrúpaí,

- plé a dhéanamh ar an gcineál de thaighde cúlra a d'fhéadfadh scoláirí a dhéanamh chun an fhadhb seo a dhéanamh níos soiléire.
- breithniú a dhéanamh ar aon fhoshuíomhanna a nglacfadh scoláirí leo.



Toradh an Phlé

Ag tús 2021, thug bitheolaithe **dhá bhreac déag** isteach chuig limistéar leithlisithe den abhainn go díreach roimh **shéasúr bliantúil an ghoir**.

Fuair siad amach gur tháinig **méadú faoi dhó** ar líon na mbreac faoi thús 2022.

Ghlac na bitheolaithe a bhí freagrach as an obair leis go bhféadfaí difearchothromóid a úsáid chun líon reatha na mbreac a shamhaltú.

Líon na mBreac a fháil amach

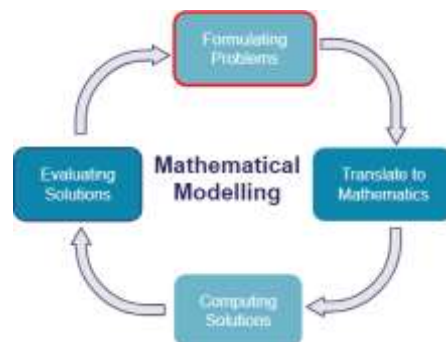
An Fhadhb a cheapadh – Foshuíomhanna

Ghlac an bitheolaí leis go bhféadfaí líon reatha na mbreac a shamhaltú leis an difearchothromóid seo a leanas:

$$P_n = 2.1P_{n-1} - 0.9P_{n-2}$$

mar arb é P_n líon reatha na mbreac san abhainn agus $n \in \mathbb{N}$.

$P_0 = 12$ in 2021 , $P_1=24$ in 2022



Líon na mBreac a fháil amach

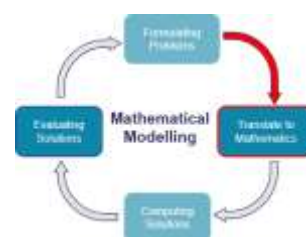
Fadhbanna a aistriú go Matamaitic

$P_n = 2.7P_{n-1} - 1.8P_{n-2}$ mar arb é P_n líon reatha na mbreac san abhainn agus $n \in \mathbb{N}$.

Cén cineál cothromóide a léiríonn sé seo?

Ní mór dúinn

- (i) an difearchothromóid seo a réiteach.
- (ii) Ríomh an líon breac don chéad, abramis, dhá bhliain eile



Líon na mBreac a Fháil Amach

An Réiteach a Ríomh:

Sainchothromóid $x^2 - 2.7x + 1.8 = 0$

Tríd an gcothromóid chearnach seo a réiteach,

Tá na fréamhacha difriúil, mar sin $P_n = l(\alpha^n) + m(\beta^n)$

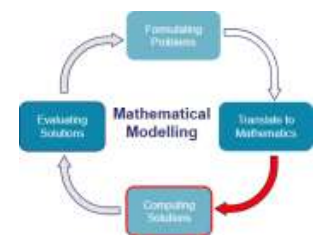
$$P_n = l(3/2)^n + m(6/5)^n$$

Ag glacadh le $P_0 = 12$ agus $P_1 = 24$ faighimid

$$P_0 = l(3/2)^0 + m(6/5)^0 = 12 \qquad l + m = 12$$

$$P_1 = l(3/2)^1 + m(6/5)^1 = 24 \qquad \rightarrow \qquad 5l + 4m = 80$$

Two distinct roots α, β
 $U_n = (l\alpha^n) + (m\beta^n)$



Líon na mBreac a fháil amach

An Réiteach a Ríomh

Na comhchothromóidí seo a réiteach

$$l + m = 12$$

$$5l + 4m = 80$$

$$l = 32 \text{ agus } m = -20$$

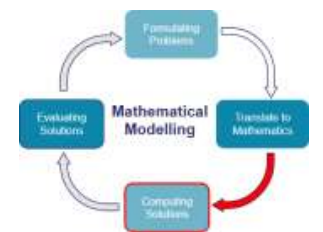
$$\Rightarrow P_n = 32(3/2)^n - 20(6/5)^n$$

Seo an réiteach ar an difearchothromóid.

$$P_2 = 32(3/2)^2 - 20(6/5)^2 = 43.2 \approx 43 \text{ breac in 2023}$$

$$P_3 = 32(3/2)^3 - 20(6/5)^3 = 73.44 \approx 73 \text{ breac in 2024}$$

The roots are different we will use equation
 $P_n = l(\alpha)^n + m(\beta)^n$



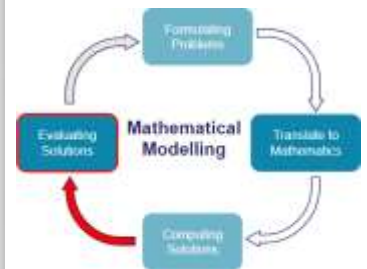
Líon na mBreac a fháil amach

An Réiteach a Mheas

<i>12 trout in 2021</i>	<i>24 trout in 2022</i>
<i>43 trout in 2023</i>	<i>73 trout in 2024</i>

An ndéalraíonn sé go bhfuil sé seo cruinn, bunaithe ar fhoshuíomhanna roimhe seo?

Cén tionchar a mbeadh ar do réiteach dá n-athrófa d'athróga/d'fhoshuíomhanna?



Líon na mBreac a fháil amach

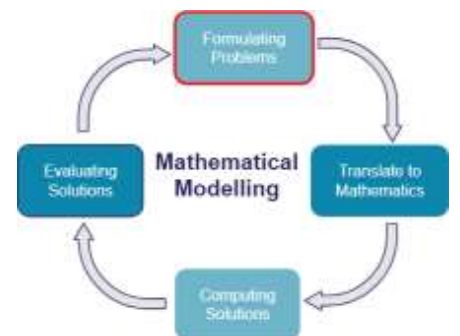
An Fhadhb a cheapadh – Foshuíomhanna

Rinne na bitheolaithe, agus iad thar a bheith sásta lenar bhain siad amach, a samhail a choigeartú chun athscaipeadh na mbreac ar aibhneacha eile in Éirinn a chur san áireamh.

Ag tús 2025, tá sé beartaithe ag na Bitheolaithe **fiche breac a bhaint amach** as an tSláine agus iad a athdháileadh ar aibhneacha ar fud na tíre.

Leasaigh an bitheolaí a samhail mar seo a leanas:

$P_n = 2.7P_{n-1} - 1.8P_{n-2} - 20$ mar arb é P_n líon reatha na mbreac san abhainn agus $n \in \mathbb{N}$



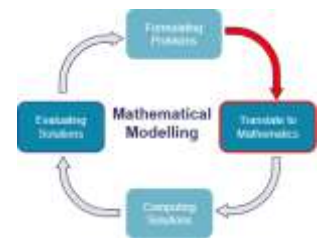
Líon na mBreac a fháil amach

Fadhbanna a aistriú go Matamaitic

$P_n = 2.7P_{n-1} - 1.8P_{n-2} - 20$ mar arb é P_n líon reatha na mbreac san abhainn agus nN

Cén cineál cothromóide a léiríonn sé seo?

Úsáid an tsamhail leasaithe agus ríomh an líon athbhreithnithe breac in 2025 agus 2026.



Líon na mBreac a fháil amach

An Réiteach a Ríomh

Taking $P_0=43$ and $P_1=73$

Population in 2025 $P_{20} = 2.7(73) - 1.8(43) - 20 = 99.7 \approx 99$ trout in 2025

Population in 2026 $P_{21} = 2.7(99) - 1.8(73) - 20 = 115.9 \approx 115$ trout in 2026

Revised modelling Equation: $P_n = 2.7P_{n-1} - 1.8P_{n-2} - 20$

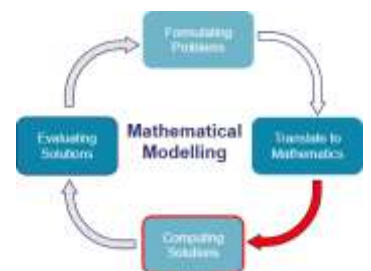
Rearranging to find particular solution: $P_n - 2.7P_{n-1} + 1.8P_{n-2} = 20$

P_n	$-2.7P_{n-1}$	$+1.8P_{n-2}$	$= 0n-20$
$(an+b)$	$-2.7(a(n-1)+b)$	$+1.8(a(n-2)+b)$	$= 0n-20$
$an+b$	$-2.7(an-a+b)$	$+1.8(an-2a+b)$	$= 0n-20$
$an+b$	$-2.7an + 2.7a - 2.7b$	$+1.8an - 3.6a + 1.8b$	$= 0n-20$

$0.1an = 0n \Rightarrow a = 0$

$-0.1b = 20 \Rightarrow b = -200$

F(n)	Particular solution
constant	constant a
Kn	$an + b$
$Kn+c$	$an + b$
Kn^2	$an^2 + bn + c$
$Kn^2 + ln + m$	$an^2 + bn + c$
kp^n	$ap^n + b$



A **Second order inhomogeneous equation** is of the form:

$$aP_n + bP_{n-1} + cP_{n-2} = F(n)$$

F(n)	Particular solution
constant	constant a
Kn	an + b
Kn+c	an + b
Kn ²	an ² + bn + c
Kn ² + ln + m	an ² + bn + c
kp ⁿ	ap ⁿ + b

The solution to an **inhomogeneous equation** has two components

$$P_n = [\text{general soln. of associated homogeneous difference equation}] + [\text{particular soln. of full equation}]$$

So, to solve an **inhomogeneous difference equation** we must first find the general solution to the **associated equation** (also known as the complimentary equation) and then the particular solution to the inhomogeneous equation.

Líon na mBreac a fháil amach

An Réiteach a Ríomh:

Má úsáidimid an meastachán le haghaidh 2025 agus 2026, faighimid:

$$P_n = l(3/2)^n + m(6/5)^n - 200$$

Using earlier estimates 2025 $P_0=99$ and 2026 $P_1=115$

$$P_n = l(3/2)^n + m(6/5)^n - 200$$

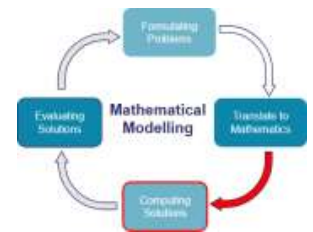
$$P_0 = l(3/2)^0 + m(6/5)^0 - 200 = 99 \Rightarrow l + m = 299$$

$$P_1 = l(3/2)^1 + m(6/5)^1 - 200 = 115 \Rightarrow 15l + 12m = 3150$$

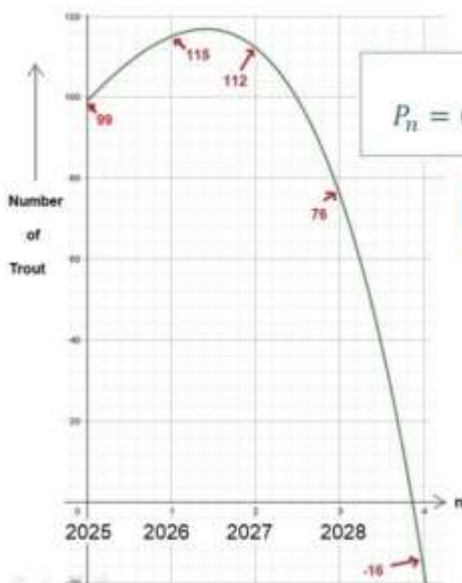
Solving these simultaneous equations $l = -146$ and $m = 445$

$$P_n = (-146) \left(\frac{3}{2}\right)^n + (445) \left(\frac{6}{5}\right)^n - 200$$

92

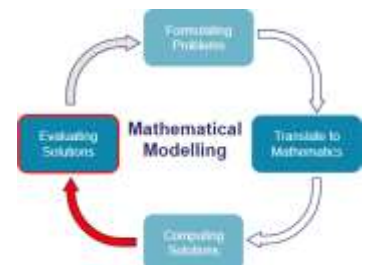


Evaluating the Solution



$$P_n = (-146) \left(\frac{3}{2}\right)^n + (445) \left(\frac{6}{5}\right)^n - 200$$

2025	$P_0 = 99$	[from earlier estimates]
2026	$P_1 = 115$	
2027	$P_2 = 112$	
2028	$P_3 = 76$	
2029	$P_4 = -16$	



Má úsáidimid $P_0=43$ (2023) agus $P_1=73$ (2024), faighimid:

$$P_n = l(3/2)^n + m(6/5)^n - 200$$

However, if we used 2023 $P_0=43$ and 2024 $P_1=73$

$$P_n = l(3/2)^n + m(6/5)^n - 200$$

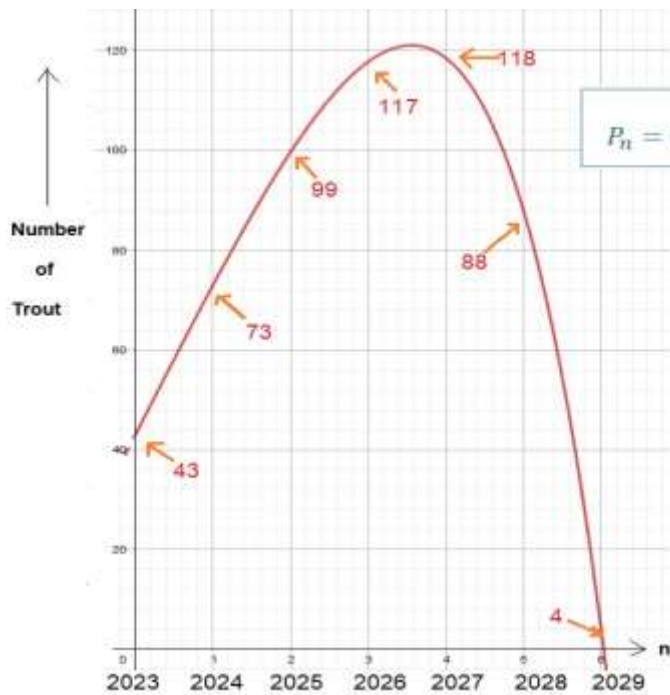
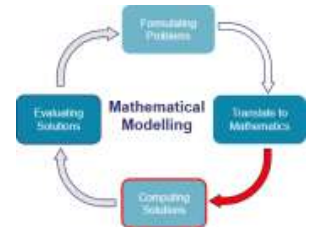
$$P_0 = l(3/2)^0 + m(6/5)^0 - 200 = 49 \Rightarrow \quad l + m = 243$$

$$P_1 = l(3/2)^1 + m(6/5)^1 - 200 = 73 \Rightarrow \quad 15l + 12m = 2730$$

Solving these simultaneous equations $l = -62$ and $m = 305$

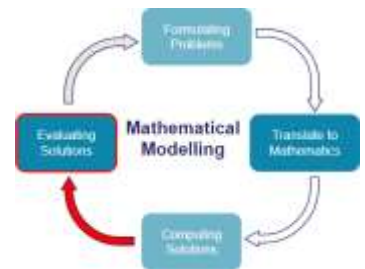
$$P_n = (-62)\left(\frac{3}{2}\right)^n + (305)\left(\frac{6}{5}\right)^n - 200$$

94



$$P_n = (-62)\left(\frac{3}{2}\right)^n + (305)\left(\frac{6}{5}\right)^n - 200$$

- 2023 $P_0 = 43$
- 2024 $P_1 = 73$
- 2025 $P_2 = 99$
- 2026 $P_3 = 117$
- 2027 $P_4 = 118$



An Fhoghlaim a Shíneadh

Original
problem

*Determine the Population of
Trout in river Slaney*

*"...being able to critically
evaluate mathematical
models is a desirable skill for
them to acquire" p.16*



Evaluating the Solution:

How accurate and reliable is your solution based on your earlier assumptions?

What effect would changing your variables/assumptions have on your solution?

How does your solution compare with previous solutions/iterations?

Can you refine/alter your assumptions to improve your solution and will this change your solution much?

What might a further iteration look like?

How could the model be refined to improve its accuracy?

Machnamh

Cén méid a chabhraigh an seisiún seo leat i dtaca le do thuiscint ar an gcaoi ar féidir difearchothromóidí a fhorbairt agus foirm a chur leo trí fhadhbanna barántúla samhaltaithe?



Cé chomh húsáideach/ábhartha, dar leat, is bhí an ceangal traschuraclaim a rinneadh inniu leis an matamaitic?

